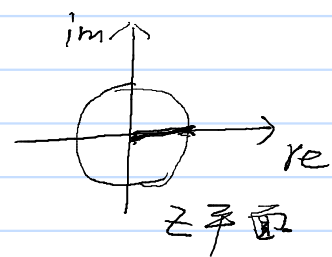


Conformal mapping 题: 将单位圆割去 0 到 1 的半径后剩下的区域共形映射成上半平面,

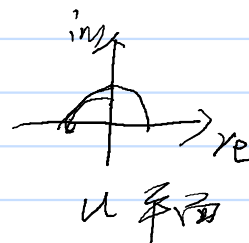
解. ① 作根式函数变换 $u = \sqrt{z}$



将 z 平面上的角形区域 $D: 0 < \arg z < \pi$

共形映射成 u 平面上的角形区域 $G: 0 < \arg u < \pi/2$

也就是变成了上半单位圆.

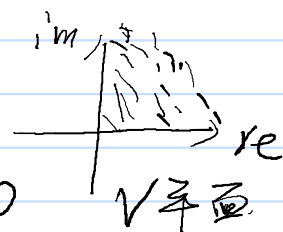


② 作分式线性变换 $v = \frac{u-1}{u+1}$

将 u 平面的上半单位圆变成第一象限

此变换将 $0, 1$ 线段变成了正实轴, $1 \rightarrow \infty, 0 \rightarrow 0$

将上半圆周变成了正虚轴。



③ 作指数变换 $w = v^2$ 将第一象限角形区域共形映射到上半平面, 也就是角度加倍.

复合以上三种变换得:

$$w = \left(-\frac{\sqrt{z}+1}{\sqrt{z}-1} \right)^2 = \left(\frac{\sqrt{z}+1}{\sqrt{z}-1} \right)^2$$

即为所求的变换