

题: We call  $x \in \mathbb{N}$  a rising number if  $x > 10$  and its decimal representation  $(a_n a_{n-1} \dots a_1)$  has the property that  $a_{i+1} < a_i$  for all  $1 \leq i \leq n$ . For example 14 and 478 are rising. While 5 and 93 are not, How many such rising number bigger than  $10^4$  are there?

解: 升序数 (rising number) 最大是 123456789, 首位不能为 0, 所以只能有九位数, 且九位数字只有一个, 一组不同数字按升序只有一个.

$\therefore$  大于  $10^4$  的升序数为 12345 - 12 56789

也就是 5 位数至九位数

9 位: 只有 123456789      1 个      ( 123456789 )

8 位  $\binom{8}{7} + \binom{7}{7} = 9$  个      ( 12345678 - 23456789 )

7 位  $\binom{8}{6} + \binom{7}{6} + \binom{6}{6} = 36$  个      ( 1234567 - 3456789 )

$\underbrace{\dots 9}_{6 \text{ 个数}} + \underbrace{\dots 8}_{6 \text{ 个数}} + \underbrace{\dots 7}_{6 \text{ 个数}}$

6 位  $\binom{8}{5} + \binom{7}{5} + \binom{6}{5} + \binom{5}{5} = 84$  个      ( 123456 - 456789 )

$\underbrace{\dots 9 \dots 8}_{5 \text{ 个数}} \quad \underbrace{\dots 7}_{5 \text{ 个数}} \quad \underbrace{\dots 6}_{5 \text{ 个数}}$

5 位  $\binom{8}{4} + \binom{7}{4} + \binom{6}{4} + \binom{5}{4} + \binom{4}{4} = 126$       ( 12345 - 56789 )

个位为 9 个位为 8, 个位为 7, 个位为 6 个位为 5

综上, 大于  $10^4$  的升序数为:  $1 + 9 + 36 + 84 + 126 = 256$  个